

Tip Lucrare B
Clasa a VI-a

Concursul Național **Lumina Math**, 2004

1. Dacă $a = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ și $b = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, aflați $\frac{a+b}{a-b}$.
A) 3/8 B) 4/3 C) -2/3 D) 3/4 E) -4/3
2. Dacă $x = 4y + 5$ și $y = 6z + 4$, atunci aflați restul împărțirii lui x la 12.
A) 9 B) 11 C) 5 D) 7 E) 10
3. Fie BDC un triunghi isoscel cu $BD = DC = 4$ cm. Câte triunghiuri echilaterale ABC, cu laturile numere întregi și care conțin în interior punctul D, pot fi construite?
A) 1 B) 4 C) 0 D) 2 E) 3
4. Dacă $a \neq 0$ și $\frac{a-b-c}{b+c} = \frac{2a-3}{3}$, aflați suma $b+c$.
A) 1/3 B) 5/3 C) 3 D) 2/3 E) 3/2
5. Se consideră ecuația $kn^2 = 182$, unde k este un număr rațional cuprins între 2 și 5, iar n este un număr natural. Cea mai mare valoare posibilă a lui n este:
A) 7 B) 9 C) 6 D) 12 E) 10
6. Într-un grup de vaci și pui, numărul de picioare este cu 14 mai mare decât dublul numărului de capete. Numărul de vaci este:
A) 10 B) 12 C) 5 D) 7 E) 14
7. $AK = KL = LM = MB$ și $\frac{DC}{BC} = \frac{1}{3}$. Dacă $A(\Delta ABC) = 36$ cm², aflați aria zonei hașurate.
A) 6 cm² B) 12 cm² C) 3 cm² D) 4 cm² E) 8 cm²
8. Media aritmetică a trei numere este 40. Găsiți numerele știind că ele sunt direct proporționale cu primele trei numere prime.
A) 20; 30; 50
B) 20; 40; 60
C) 16; 24; 40
D) 24; 36; 60
E) 8; 12; 20
9. Aflați jumătatea numărului $A = 4^{20} + 4^{20} + 4^{20} + 4^{20}$
A) $4^{10} + 4^{10} + 4^{10} + 4^{10}$
B) $2^{20} + 2^{20} + 2^{20} + 2^{20}$
C) $4^{10} + 4^{10}$
D) $4^{40} + 4^{40}$
E) $2^{40} + 2^{40}$

10. Dacă $m = \frac{8}{9} + \frac{9}{11} + \frac{11}{13} + \frac{13}{15}$ exprimați $\frac{26}{9} + \frac{31}{11} + \frac{24}{13} + \frac{28}{15}$ în funcție de m .

- A) $m - 8$ B) $m + 6$ C) $m - 4$ D) $4 + m$ E) $8 + m$

11. Într-o cursă de 10 km, când primul concurent termină, este la 2 km față de al doilea concurent și la 4 km față de al treilea. Știind că viteza concurenților este constantă, care va fi diferența dintre al doilea și al treilea când cel de-al doilea termină cursa?

- A) $2\frac{3}{4}$ B) 2 C) 3 D) $2\frac{1}{4}$ E) $2\frac{1}{2}$

12. Care din următoarele numere se află între $1/15$ și $1/16$?

- A) $30/491$ B) $1/17$ C) $31/640$ D) $31/480$ E) $17/240$

13. În pătratul alăturat de 5×5 pătrățele, 1, 2, 3, 4 și 5 completează întreg pătratul mare astfel încât fiecare număr nu apare pe un rând sau o coloană decât o singură dată. Ce cifră trebuie completată în locul lui x în pătratul alăturat?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 4 E) 5

14. A, B, C, D sunt patru puncte colineare (pe aceeași dreaptă), în această ordine, astfel încât $2AC = AB + AD$ și $BD = 2^{32}$ cm. Lungimea lui BC este:

- A) 2^{31} cm B) 1 cm C) 2^{32} cm D) 2^{16} cm E) 2 cm

15. Suma $10101 + 20202 + 30303 + \dots + 90909$ este egală cu

- A) 555555 B) 455545 C) 554545 D) 454545 E) 445545

16. În figura alăturată este hașurată $5/6$ din aria pătratului și $2/3$ din aria triunghiului. Care este raportul dintre aria pătratului și aria triunghiului?

- A) 2 B) $1/5$ C) 3 D) $1/2$ E) $5/4$

17. Ultima cifră a rezultatului diferenței $2004^{2004} - 2003^{2003}$ este:

- A) 7 B) 9 C) 5 D) 8 E) 6

18. Considerăm mulțimile:

$E = \{\text{mulțimea oamenilor dintr-un tren}\}$

$M = \{\text{bărbați din tren}\}$

$T = \{\text{oameni de peste 25 de ani din tren}\}$

$S = \{\text{jucători de biliard}\}$

Dacă $T \cap (E \setminus M) = \emptyset$ atunci:

- A) În tren sunt jucători de biliard care au peste 25 de ani.
B) Toți bărbații din tren au mai puțin de 25 de ani.
C) Toate persoanele din tren sunt femei.
D) În tren nu sunt femei cu vârsta peste 25 de ani.
E) Toate femeile din tren sunt tinere jucătoare de biliard.

19. Câte cifre are numărul $A = \overline{1234\dots200220032004}$?

- A) 6913 B) 5919 C) 6909 D) 4008 E) 6904

20. Fie $a, b \in \mathbb{N}^*$, $3ab + a = 2004$. Știind că $a < b$, atunci $a + b$ este egal cu:

- A) 202 B) 117 C) 502 D) 102 E) 2005

21. După o reducere de 20%, un produs costă 325\$. Cu ce procent trebuie să mărim costul său pentru a-l aduce la prețul inițial?

- A) 20% B) 15% C) 25% D) 100% E) 50%

22. x și y sunt două cifre. Aflați cea mai simplă formă a expresiei $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{0,(xx)} + \frac{1}{0,(yy)}}$.

- A) 1 B) 9 C) 1/11 D) 1/99 E) 1/9

23. Câte drumuri există de la punctul (0,0) până la (5,3) care trec prin (2,2)? (Un drum este permis numai pe liniile rețelei în sensul pozitiv al axei Ox (adică \rightarrow) sau al axei Oy (adică \uparrow)).

- A) 10 B) 18 C) 24 D) 6 E) 16

24. Fie $a, b, c, d, e \in \mathbb{Q} - \{-1\}$, iar $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} + \frac{1}{d+1} + \frac{1}{e+1} = \frac{5}{2}$.

Găsiți valoarea expresiei $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} + \frac{d}{d+1} + \frac{e}{e+1}$.

- A) 5 B) 5/2 C) 3 D) 4 E) 3/2

25. În fiecare zi o mamă își ia copiii de la școală exact la ora 15:00. Ea pleacă de acasă astfel încât să ajungă la școală la 15:00 fix. Într-o zi, ultima oră este anulată și lecțiile se termină la ora 14:00. Copiii au plecat în acea zi spre casă, fără să-și aștepte mama. Pe drum ei se întâlnesc cu mama lor și își continuă drumul în mașina mamei. Au ajuns acasă cu 12 minute mai devreme decât de obicei. Aflați câte minute au mers copiii pe jos în acea zi.

- A) 48 B) 54 C) 50 D) 26 E) 12

26. Fiind date $\frac{a_1}{b_1} = 1, \frac{a_2}{b_2} = 2, \dots, \frac{a_n}{b_n} = n, n \in \mathbb{N}^*$, găsiți $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + 2b_2 + \dots + nb_n}$

- A) 2 B) 1/2 C) 2/3 D) 1 E) 1/3

27. Când baza unui triunghi crește cu 10% și înălțimea descrește cu 10%, atunci aria se modifică astfel:

- A) 0%
B) descrește cu 1%
C) crește cu 1%
D) descrește cu 1/2%
E) crește cu 1/2%

28. În figura alăturată, $AB = AC$ și $\sphericalangle BAD = 30^\circ$. Dacă $AE = AD$, aflați x .

- A) 20° B) 15° C) $12\frac{1}{2}^\circ$ D) 10° E) $7\frac{1}{2}^\circ$

29. Găsiți valoarea lui x în ecuația $ax + 5bx + 4 + 4cx = 180$ dacă $a + b = 24$ și $b + c = 38$.
- A) 1 B) -2 C) 4 D) 12 E) 7
30. Într-un triunghi ABC, $AB = 12$, $AC = 7$, $BC = 10$. Dacă laturile AB și AC sunt dublate în timp ce BC rămâne la fel, care din următoarele este adevărată pentru figura ce se obține din aceste segmente?
- A) aria se dublează
 B) aria este zero
 C) aria crește de 4 ori
 D) mediana nu se schimbă
 E) înălțimea se dublează
31. Un zugrav care stă pe o scară observă că sub treapta pe care stă sunt de două ori mai multe trepte decât sunt deasupra. După ce coboară opt trepte observă că numărul de trepte de deasupra și dedesubt sunt egale. Numărul de trepte ale scării este:
- A) 48 B) 31 C) 49 D) 27 E) 32
32. Aflați produsul dintre valorile expresiilor de forma $x^y - y^x$ unde $x, y \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 9, 10\}$ și $x \neq y$.
- A) 11010 B) 99020 C) 0 D) 11100 E) 750
33. Pe o stradă cu 150 de case se distribuie în fiecare dimineață trei ziare diferite: T, G și M. Dintre acestea, 40 primesc ziarul T, 35 ziarul G și 60 ziarul M; 7 primesc ziarele T și G, 10 primesc ziarele G și M iar 4 primesc ziarele T și M; 34 nu primesc nici un ziar. La câte case se aduc toate trei ziarele?
- A) 3 B) 5 C) 1 D) 4 E) 2
34. Cu câți de zero se termină numărul $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 162 \cdot 163$?
- A) 39 de zero
 B) 44 de zero
 C) 38 de zero
 D) 16 de zero
 E) 32 de zero
35. Calculați suma $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2004}$.
- A) $\frac{2004}{2005}$ B) $\frac{2000}{2004}$ C) $\frac{2002}{2003}$ D) $\frac{2001}{2004}$ E) $\frac{2003}{2005}$
36. Numerele de telefon dintr-un orașel au 2 cifre. Ele sunt cuprinse între 00 și 99, dar nu toate sunt folosite. Dacă cele două cifre ale unui număr folosit sunt inversate, numărul care rezultă ori aparține aceleiași persoane ori devine unul din numerele nefolosite. Numărul maxim de persoane care au numere de telefon este:
- A) mai mare de 55
 B) 45
 C) 55
 D) între 45 și 55
 E) mai mic de 45

37. Dacă numerele $p - 3$ și p sunt simultan prime și x este un număr prim natural astfel încât $x^2 + 16 \leq p^2$, atunci valoarea maximă a lui x este:

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 10

38. Fie $\triangle ABC$ un triunghi în care $m(\sphericalangle BAC) = 110^\circ$, $DE \perp AB$, $AD \equiv DB$, $FG \perp AC$, $AG \equiv GC$, $BE \equiv EF$. Aflați măsura unghiului $\sphericalangle BCA$.

- A) 10° B) 15° C) 20° D) 25° E) 30°

39. În ecuația $\overline{IC} \cdot \overline{HC} = \overline{BBB}$, literele reprezintă cifre diferite. Calculați suma $I + C + H + B$

- A) 22 B) 21 C) 20 D) 19 E) 24

40. Dacă $x < 0$ și $x + y > 0$, simplificați $|-x| - |x - y| + |-x - y|$.

- A) $-x$ B) $y - 2x$ C) $x - y$ D) x E) $2x - y$